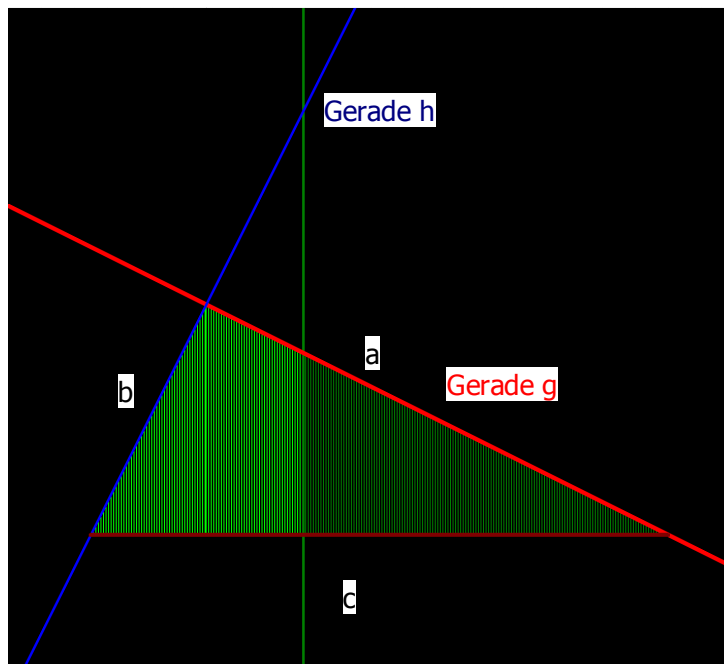


**Lösungen zu den Übungsaufgaben Übergang 10/11 (G9) und 9/10 (G8) 2010/2011
Ohne Gewähr !**

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

a.



b. Gerade g:

$$y = -\frac{1}{2}x + 3,5$$

Gerade h:

$$y = 2x + 3,5$$

c. Eine Möglichkeit: Winkel bei $N_1(7|0)$: $\tan \alpha_1 = \frac{3,5}{7} = \frac{1}{2}$; $\alpha_1 = 26,565^\circ$

Winkel bei $N_2(-1,75|0)$: $\tan \alpha_2 = \frac{3,5}{1,75} = 2$; $\alpha_2 = 63,435^\circ$

Damit ergibt sich für den Winkel an der Spitze bei $C(0|3,5)$: $\gamma = 180^\circ - (\alpha_1 + \alpha_2) = 90^\circ$

Eine andere Möglichkeit: Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$

Mit $a^2 = 7^2 + 3,5^2$ und $b^2 = 1,75^2 + 3,5^2$ und $c^2 = 8,75^2$ ist die Bedingung erfüllt und das Dreieck ist damit rechtwinklig. Damit sind auch die Geraden g und h orthogonal zueinander.

Noch eine Möglichkeit: Das Produkt der Steigungen der beiden Geraden muss -1

$$\text{ergeben: } m_1 \cdot m_2 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

d. $A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot (1,75 + 7) \cdot 3,5 = 15,3125 \text{ FE}$

e. Betrachtet wird das rechte Teildreieck: $\frac{1}{2} A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot (7 - x_1) \cdot (-\frac{1}{2} x_1 + 3,5)$

Damit ergibt sich: $A_{\text{Dreieck}} = (7 - x_1) \cdot (-\frac{1}{2} x_1 + 3,5)$

$$15,3125 = -3,5x_1 + 24,5 + 0,5x_1^2 - 3,5x_1$$

$$0,5x_1^2 - 7x_1 + 9,1875 = 0 \quad \text{oder} \quad x_1^2 - 14x_1 + 18,375 = 0$$

$$x_{1,1} = 1,466 \quad ; \quad x_{1,2} = 12,534$$

Die Parallele zur y-Achse bei $x_{1,1}$ halbiert den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe 2

$$2d + 2 \cdot 0,8d = 342 \quad ; \quad 3,6d = 342 \quad ; \quad d = 95$$

Das Doppelzimmer kostet 95€, das Einzelzimmer kostet 76€.

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. $x = 7, y = -9$

b. vereinfachte Darstellung: I) $14x + y = 10$

II) $2x + 3y = -10$

$x = 1 ; y = -4$

c. $x = \frac{a}{2} ; y = \frac{2}{a} ; a \neq 0$

Aufgabe 2

Ansatz: I) $20T + 10H = 144,50$

II) $10T + 20H + 9,60 = 123,10$

Ein T-Bone-Steak kostet 5,85€, ein Holzfällersteak 2,75€ und eine Flasche Wein 4,28€.

3. Reelle Zahlen

a. 1. $\sqrt{27xy} : \sqrt{\frac{3x}{y}} = 3y$

2. $\frac{\sqrt{85,75}}{\sqrt{7}} = \sqrt{12,25} = 3,5$

b. 1. $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{1000}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

2. $\frac{b\sqrt{7a}}{\sqrt{ab^3}} = \frac{\sqrt{7b}}{b}$

Aufgabe 2

a. $L = \{5,5\}$

b. $L = \left\{ \frac{5}{2} ; \frac{29}{8} \right\}$

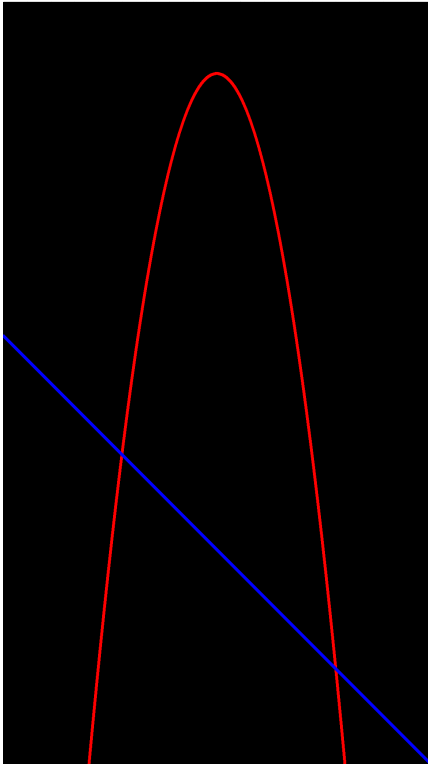
4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

$$p: p(x) = -2x^2 - 2x + 12$$

und

$$g: g(x) = -x + 2$$



a. $N_1(-3|0)$; $N_2(2|0)$; $N_3(2|0)$

b.
$$p(x) = -2 \cdot (x^2 + x - 6)$$
$$= -2 \cdot \left[\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 6 \right]$$
$$= -2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 12,5$$
$$S(-0,5 | 12,5)$$

c. $C(0|12)$

d. Siehe Abbildung links.

e. $p(x) = g(x)$

ergibt $-2x^2 - x + 10 = 0$

$$S_1(-2,5 | 4,5); S_2(2 | 0)$$

Aufgabe 2

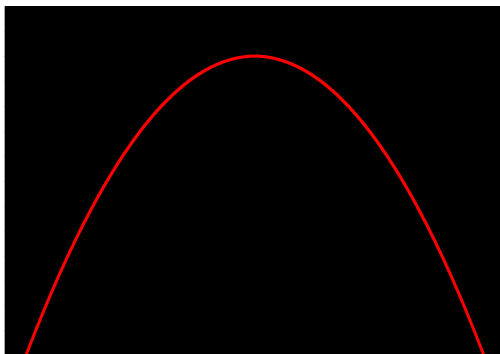
abc- und pq-Formel \rightarrow siehe Formelsammlung !!!

$$-10x^2 + 40x + 2520 = 0 \quad \text{in der Normalform: } x^2 - 4x - 252 = 0; \quad x_1 = 18, \quad x_2 = -14$$

Aufgabe 3

a. $x_1 = 1, \quad x_2 = -3$

Aufgabe 4



a. Möglicher Ansatz: $p(x) = ax^2 + c$

1. $p(0) = 40 : c = 40$

2. $p(75) = 0 : 75^2 a + 40 = 0$

$$a = -\frac{8}{1125} \approx 0,007111$$

$$p(x) = -\frac{8}{1125}x^2 + 40$$

- b. $p(-65) = 9,96$; Lastwagen mit hohen Aufbauten können diese Straße benutzen.
 c. $p(73) = 2,10$; Schild „Bitte absteigen“ anbringen.

5. Potenzen

a. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

1. $9,5 \cdot 3^6 + 2,5 \cdot 3^6 = 12 \cdot 3^6$

2. $2,9^{10} : 2,9^{11} = 2,9^{-1}$

3. $(3^6)^{-3} = 3^{-18}$

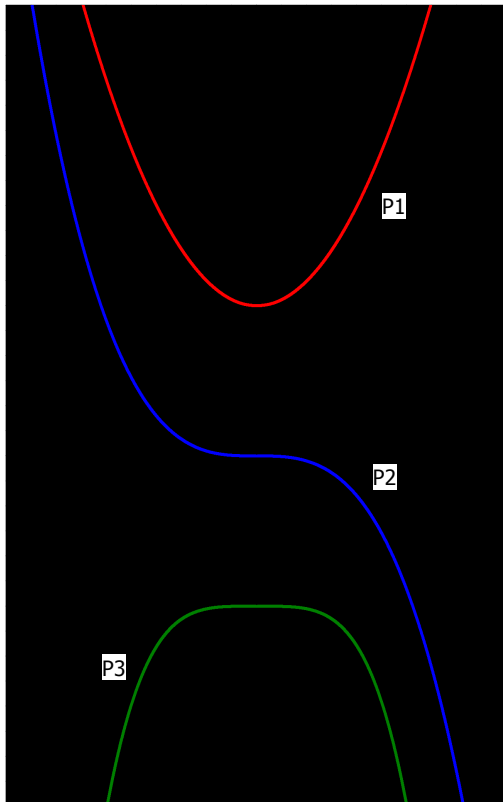
4. $(c^{ac})^{2c} = c^{2ac^2}$

5. $7^{ab} \cdot 7^{ab} = 7^{2ab}$

6. $\frac{1,69^{ab}}{3,6^{2ab}} : \frac{1,3^{ab}}{3,24^{2ab}} = 1,053^{ab}$

b. $\frac{2 \cdot (1,8 + \sqrt{3,5}) - 1,3^{-3}}{(\sqrt[3]{100} - 4,8)^2 + \frac{3}{7} \cdot 0,9} \approx 16,763$

6. Potenzfunktionen / Exponentialfunktionen



Aufgabe 1

- a. Siehe Abbildung links.
- b. Alle Schaubilder haben die 2. Achse als Symmetrieachse.
 Der Faktor a streckt oder staucht die Schaubilder.
 Der Summand c beschreibt die Verschiebung des Schaubilds auf der 2. Achse. c ist auch der Funktionswert an der Stelle $x = 0$.

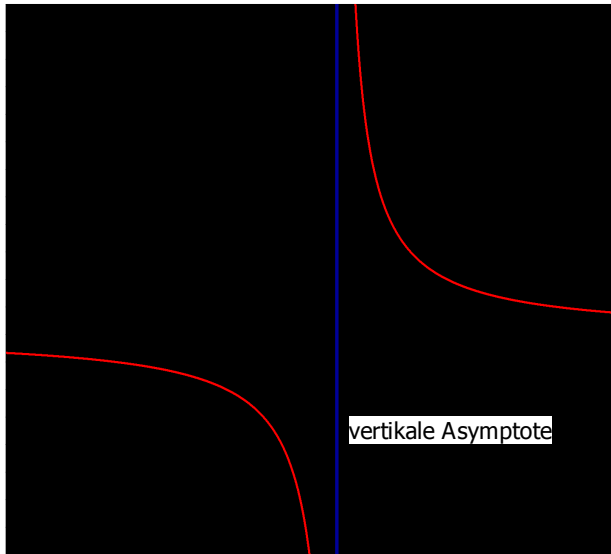
c. $f_1(-\sqrt{190}) = f_1(\sqrt{190}) = 100$

$f_2(-\sqrt[3]{980}) = 100$

Der maximale Funktionswert der Funktion f_3 wird an der Stelle $x = 0$ erreicht. Dort befindet sich im Schaubild der Scheitelpunkt der nach unten geöffneten Parabel 4. Ordnung. Der Funktionswert 100 ist nicht möglich.

Aufgabe 2

a. Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$



b. Siehe Abbildung links.

c. Verhalten von f

$$f(x) \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow \pm \infty$$

$$f(x) \rightarrow +\infty \text{ für } x \rightarrow 2 \text{ und } x > 2$$

$$f_1(x) \rightarrow -\infty \text{ für } x \rightarrow 2 \text{ und } x < 2$$

Vertikale Asymptote bei $x = 2$.

Die x-Achse ist horizontale Asymptote.

d. $f(2,2) = 10$

7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

Ein Kegel mit aufgesetztem Zylinder und einer Halbkugel als Abschluss.
Alle Kreise haben den Radius r .

$$a. V_{\text{Halbkugel}} = \frac{2}{3}\pi r^3 ; V_{\text{Zylinder}} = 5\pi r^3 ; V_{\text{Kegel}} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

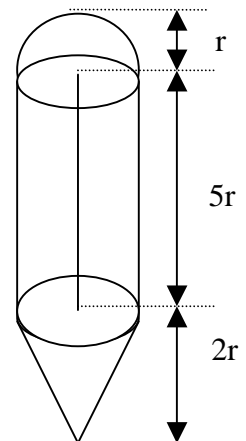
$$\text{Gesamtvolumen } V_{\text{ges}} = \frac{19}{3}\pi r^3 = 6\frac{1}{3}\pi r^3 \text{ VE}$$

$$O_{\text{Halbkugel}} = 2\pi r^2 ; O_{\text{Zylindermantel}} = 10\pi r^2 ; O_{\text{Kegel}} = \sqrt{5} \cdot \pi r^2$$

$$\text{Gesamtoberfläche } O_{\text{ges}} = (12 + \sqrt{5}) \cdot \pi r^2$$

$$b. V = \frac{m}{\rho} ; V = \frac{5000\text{g}}{0,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 7142,857 \text{ cm}^3$$

$$\text{oder direkt: } \frac{19}{3}\pi r^3 = \frac{m}{\rho}, r = \sqrt[3]{\frac{3m}{19\pi\rho}} ; r = 7,107 \text{ cm}$$

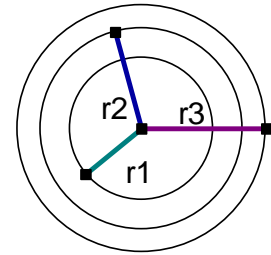


$$c. O_{\text{Pfahl}} = 2259,088 \text{ cm}^2$$

Man benötigt 16,943 Liter Holzlack.

Aufgabe 2

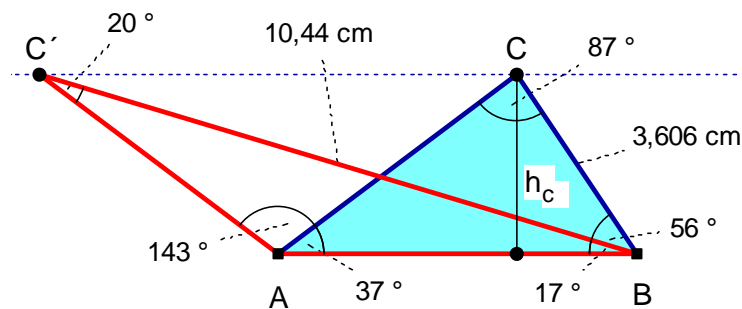
- a. $\pi r_1^2 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$; $r_2 = r_1 \cdot \sqrt{2}$
 $\pi r_1^2 = \pi r_3^2 - \pi r_2^2 = \pi r_3^2 - \pi \cdot 2r_1^2$; $r_3 = r_1 \cdot \sqrt{3}$
- b. Die Abbildung rechts ist **maßstabsgetreu** gezeichnet.
- c. $r_{10} = r_1 \cdot \sqrt{10}$
- d. Ansatz: $r_{n+1} - r_n \leq 0,1$; $2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} \leq 0,1$
 Die Gleichung kann man durch zweimaliges Quadrieren lösen.
 Einige Taschenrechner können diese Gleichung auch lösen.
 Die Bedingung ist erfüllt für $n \geq 100$.



8. Trigonometrie

Aufgabe 1

- a. Zeichnung maßstabsgetreu.



b. $\sin \alpha = \frac{h_c}{b}$; $\alpha = 36,87^\circ$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$a = 3,61 \text{ cm}, a' = 10,44 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{a}$$

$$\beta = 56,20^\circ, \beta' = 16,70^\circ$$

$$\gamma = 86,93^\circ, \gamma' = 20,17^\circ$$

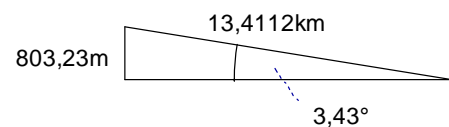
Aufgabe 2

$$1 \text{ mi} = 1,609344 \text{ km}$$

Der LKW fährt in 10min die Strecke $s = 13,4112 \text{ km}$.

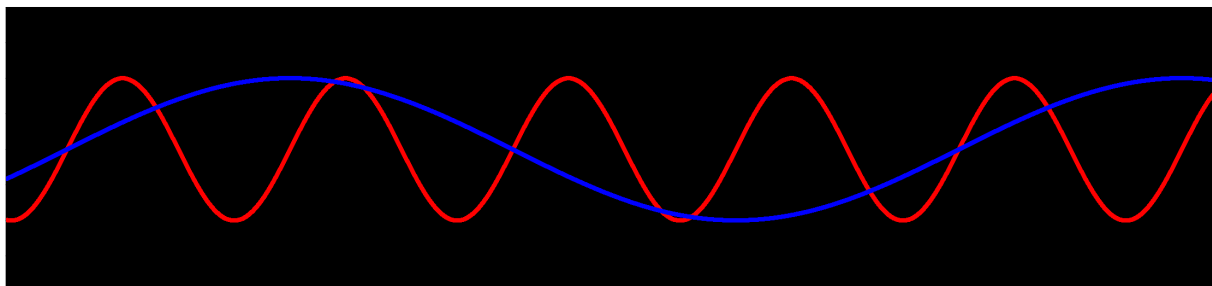
Steigung: $\tan \alpha = 0,06$; Steigungswinkel $\alpha = 3,43^\circ$

Höhe h : $\sin \alpha = \frac{h}{s}$; $h = 803,23 \text{ m}$



Aufgabe 3

- a. Schaubilder



b. Sinuskurve: $N_1(-\pi|0)$, $N_2(-\frac{\pi}{2}|0)$, $N_3(0|0)$, $N_4(\frac{\pi}{2}|0)$, $N_5(\pi|0)$, $N_6(\frac{3\pi}{2}|0)$, ...

$H_1(-\frac{3\pi}{4}|1)$, $H_2(\frac{\pi}{4}|1)$, $H_3(\frac{5\pi}{4}|1)$, $H_4(\frac{9\pi}{4}|1)$, $H_5(\frac{13\pi}{4}|1)$

$T_1(-\frac{\pi}{4}|-1)$, $T_2(\frac{3\pi}{4}|-1)$, $T_3(\frac{7\pi}{4}|-1)$, $T_4(\frac{11\pi}{4}|-1)$, $T_5(\frac{15\pi}{4}|-1)$

Kosinuskurve: $N_1(-\pi|0)$, $N_2(\pi|0)$, $N_3(3\pi|0)$

$H_1(0|1)$, $H_2(4\pi|1)$, $T_1(2\pi|-1)$

c. Sinusfunktion:

$$x_1 = \frac{\pi}{12} ; x_2 = \frac{5\pi}{12} ; x_3 = \frac{13\pi}{12} ; x_4 = \frac{17\pi}{12} ; x_5 = \frac{25\pi}{12} ; x_6 = \frac{29\pi}{12} ; \dots$$

Kosinusfunktion: $x_1 = \frac{2\pi}{3} ; x_2 = \frac{10\pi}{3}$

9. Wachstumsprozesse

Aufgabe 1

- a. 150 % q = 2,5 c. eine Zunahme um drei Zehntel q = 1,3
b. 1 % q = 1,01 d. eine Abnahme um ein Zehntel q = 0,9

Aufgabe 2

a. $K(5) = 10000\text{US\$} \cdot 1,045^5 = 12461,82\text{US\$}$; Zinsen: 2461,82US\\$

b. Eine Umrechnung in Euro ist nicht erforderlich.

$$12461,82\text{US\$} = 10000\text{US\$} \cdot 1,005^t ; t = 44,13 \text{ Jahre}$$

$$[\text{Ansatz in Euro: } 10297,57572\text{€} = 8263,30\text{€} \cdot 1,005^t ; t = 44,13 \text{ Jahre}]$$

10. Exponential- und Logarithmengleichungen

Aufgabe 1

- a. $x = 13,0673$ b. $x = -13,0673$ c. $x = 9,0979$ d. $x = 3,8063$
e. $\lg(2-x) = 2$; $2-x = 10^2$; $x = -98$
f. $x_1 = 11$; $x_2 = -11$

Aufgabe 2

a. Ansatz für a: $\frac{1}{2}A_o = A_o \cdot a^{8,04}$; $a = 0,9174$; $A(3) = 55,4\text{MBq}$ (t in Tagen)

b. $\frac{1}{1000}A_{So} = A_{So} \cdot 0,9174^t$; $t = 80,1$ Tage