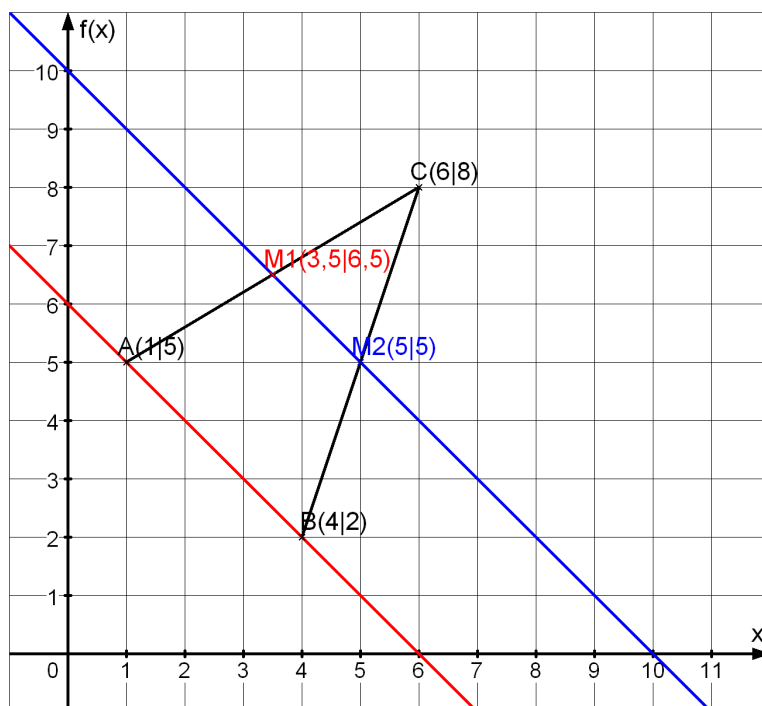


1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

- a. Das Schaubild einer linearen Funktion ist immer eine Gerade. Setzt man in der Geradengleichung für x die Werte 0 bzw. 1 ein, erhält man die angegebenen Punktkoordinaten.
- b. Geradengleichung: $g(x) = 3x + 4$
- c. Gleichung der Geraden durch die Punkte A und B: $y = -x + 6$
 [Bestimmen der Geradengleichung z.B. mit Hilfe der Zwei-Punkte-Form:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)]$$

Schaubilder zur Aufgabe 1.



Bestimmung der Seitenmitten z.B. mit $x_{\overline{AC}} = x_A + \frac{1}{2}(x_C - x_A)$
 $y_{\overline{AC}} = y_A + \frac{1}{2}(y_C - y_A)$

$M_{\overline{AC}} (3,5|6,5)$ und $M_{\overline{BC}} (5|5)$

Die Steigung der Geraden durch die Seitenmitten beträgt -1. Damit ist diese Gerade parallel zur Geraden durch die Punkte A und B.

Umfang des Dreiecks (Satz des Pythagoras): $U = 16,40LE$

Aufgabe 2

a. $U = b + 2s$; $s = 1,1b$; damit erhält man $U = b + 2,2b = 3,2b$

$$b = 37,5\text{cm und } s = 41,25\text{cm}$$

b. $U = 2a + 2b$; $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$; $a = \frac{3}{5}b$; damit erhält man $U = \frac{6}{5}b + 2b = 3,2b$

$$b = 37,5\text{cm und } a = 22,5\text{cm}$$

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. $x = 9$, $y = -15$

b. vereinfachte Darstellung: I) $12x - 10y = -26$

II) $-14x + 10y = 12$

$$x = 7 ; y = 11$$

c. $t \neq 1,5$

Aufgabe 2

a. Ansatz: I) $(y+3)(x+2) = xy + 151$

II) $(y-1)(x-2) = xy - 93$

$$x = 25\text{m} , y = 35\text{m} , A = 875\text{m}^2$$

b. Ansatz: I) $x + y = 500$

II) $0,1x + 0,2y = 0,18(x+y)$

$$x = 100 , y = 400$$

3. Reelle Zahlen

a. 1. $\sqrt{0,3} \cdot \sqrt{270} = 9$

2. $\frac{\sqrt{270}}{\sqrt{0,3}} = 30$

3. $\sqrt{\frac{7}{11a^2}} : \sqrt{\frac{343b^2}{1331a^4}} = \frac{11a}{7b}$

b. 1. $\sqrt{245} = 7\sqrt{5}$

2. $\sqrt{2,89a^3b} = 1,7a\sqrt{ab}$

c. 1. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{72}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

2. $\frac{3b\sqrt{b}}{\sqrt{9ab^3}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

Aufgabe 2

a. $x = 81$

b. $x_1 = 1$ und $x_2 = 9$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

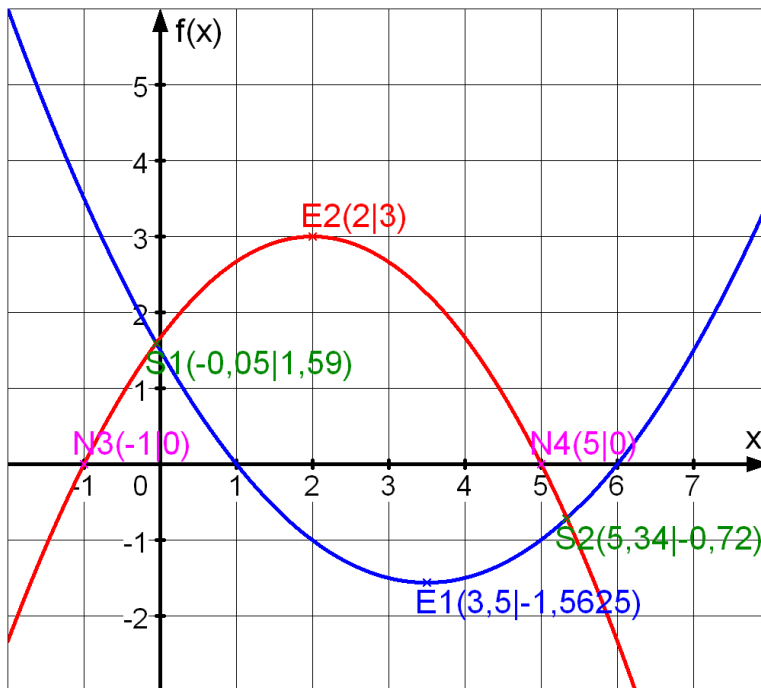
Aufgabe 1

Funktionsgleichungen der Parabeln p_1 und p_2 .

$$p_1: p_1(x) = 0,25x^2 - 1,75x + 1,5$$

und

$$p_2: p_2(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$



Hinweis:

Für die Koordinaten der Schnittpunkte S_1 und S_2 sind Näherungslösungen angegeben.

Schnittpunkt von p_1 mit der 2. Achse:
 $M(0|1,5)$

Aufgabe 2

abc- und pq-Formel → siehe Formelsammlung !!!

$$102x^2 + 357x - 765 = 0 \quad \text{in der Normalform: } x^2 + 3,5x - 7,5 = 0 \quad ; \quad x_1 = 1,5, \quad x_2 = -5$$

Aufgabe 3

a. $x_1 = 10, \quad x_2 = -1$ b. $z = 11$

Aufgabe 4

Breite $b = h - 10$ und Länge $l = h + 10$;

$$\text{Oberfläche } O = 2(lb + bh + lh) = \dots = 6h^2 + 40h - 400 \rightarrow 6h^2 + 40h - 6600 = 0$$

$$h_1 = 30\text{cm} \quad ; \quad [h_2 = -36\frac{2}{3}\text{cm}]$$

5. Potenzen

1. Berechne bzw. vereinfache. Wende die Potenzgesetze an.

a. $11,5 \cdot 2^{11} - 4,3 \cdot 2^{11} = 7,2 \cdot 2^{11}$

b. $8,5^7 : 8,5^9 = 8,5^{-2}$

c. $(9^{-6})^3 = 9^{-18}$

d. $(k^{3xy})^{3,5xy} = k^{10,5x^2y^2}$

e. $8^{xyz} \cdot 6,25^{xyz} = 50^{xyz}$

f. $\frac{1,44^{3ab}}{2,1^{2ab}} : \frac{1,2^{3ab}}{2,52^{2ab}} = 1,2^{5ab}$

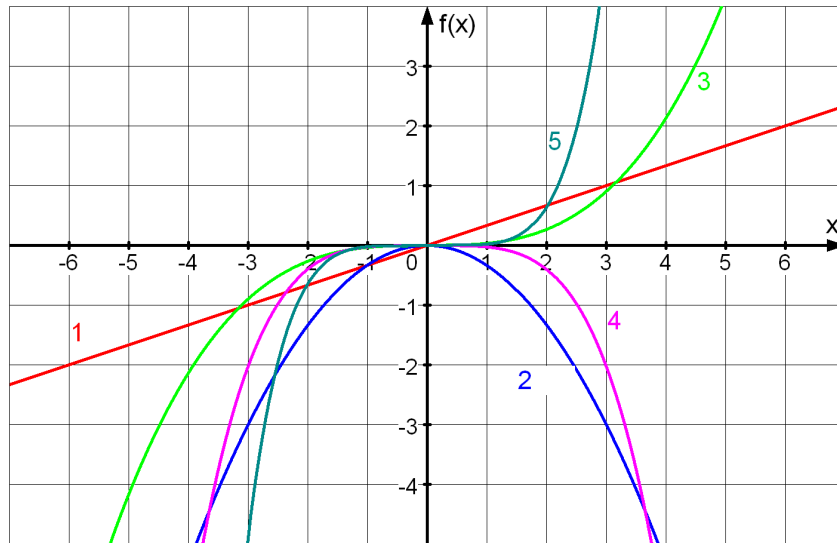
g. $(a+b)\sqrt{a-b} + (a-b)\sqrt{a+b}$

2. Berechne mit dem Taschenrechner und gib das Ergebnis in der Normdarstellung an. Runde dabei auf 3 Stellen nach dem Komma.

$$\frac{(3,8 - \sqrt[3]{1,5}) \cdot 50 - 4,3^{-2}}{0,1 \cdot (\sqrt[3]{1,5} - 3,8)^2 + 0,5 \cdot 0,9} = 1,149 \cdot 10^2$$

6. Potenzfunktionen / Exponentialfunktionen

Aufgabe 1



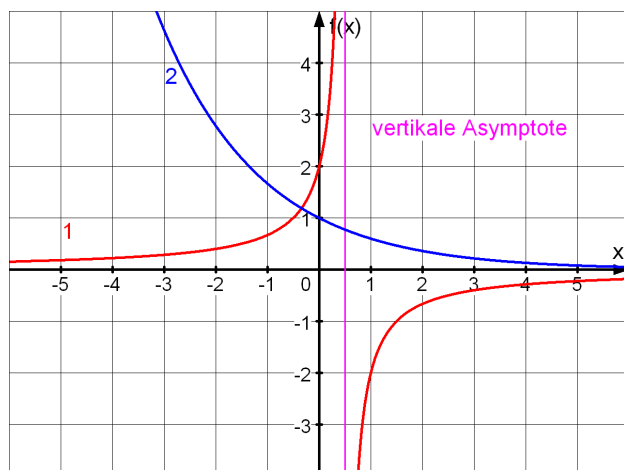
- b. Eigenschaften der Funktionen nach Lehrbuch.

Aufgabe 2

a. Definitionsmengen

$$f_1 : D_1 = \mathbb{R} \setminus \{0,5\}$$

$$f_2 : D_2 = \mathbb{R}$$



c. Verhalten von f_1

$$f_1(x) \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow \pm \infty$$

$$f_1(x) \rightarrow +\infty \text{ für } x \rightarrow 0,5 \text{ und } x < 0,5$$

$$f_1(x) \rightarrow -\infty \text{ für } x \rightarrow 0,5 \text{ und } x > 0,5$$

Verhalten von f_2

$$f_2(x) \rightarrow +\infty \text{ für } x \rightarrow -\infty$$

$$f_2(x) \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow +\infty$$

$$f_2(x) \rightarrow 0,77\dots \text{ für } x \rightarrow 0,5$$

f_1 : Vertikale Asymptote bei $x = 0,5$

f_1 und f_2 : Die x-Achse ist horizontale Asymptote für beide Schaubilder.

7. Wachstumsprozesse

Aufgabe 1

Es liege ein exponentieller Wachstumsprozess vor. Bestimme jeweils den Wachstumsfaktor q für die folgenden Wachstumsangaben pro Zeiteinheit :

- a. 100 % $q = 2$ c. eine Zunahme um drei Achtel $q = 1,375$
b. 25 % $q = 1,25$ d. eine Abnahme um die Hälfte $q = 0,5$

Aufgabe 2

- a. p_0 ist der Luftdruck auf dem Höhenniveau, auf dem man mit der Luftdruckangabe startet. Der Luftdruck p_0 gehört zur Höhe h_0 .
b. $p(0,517\text{km}) = 948,45\text{hPa}$
c. Der Luftdruck nimmt zu, da die Luftsäule, die z.B. über dem Wanderer lastet, höher wird.
d. Ansatz: $980\text{hPa} = 1013,25\text{hPa} \cdot 0,88^h$; $h = 261,0\text{m}$
e. Für p_0 setzt man den Druck auf dem Melibokus ein. Die Höhe in km muss negativ eingegeben werden.

8. Exponential- und Logarithmengleichungen

Aufgabe 1

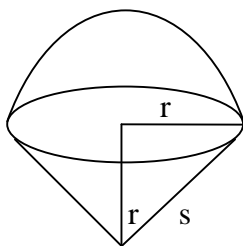
- a. $x = 5,0259$ b. $x = -5,0259$ c. $x = 4,0259$ d. $x = 4,0060$
e. $\lg(10 + 3x) = 2,5$; $10 + 3x = 10^{2,5}$; $x = 102,0759$
f. $\lg(2x + 1) + \lg(2x - 1) = 4$; $\lg(4x^2 - 1) = 4$; $4x^2 - 1 = 10^4$; $x = 50,0025$

Aufgabe 2

- a. I_0 ist die Intensität ohne Abschirmung.
b. Ansatz: $\frac{1}{2}I_0 = I_0 \cdot 0,88^{-0,201d}$; $d = 1,4977\text{cm}$

9. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1



$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{2}{3}\pi r^3 \quad ; \quad V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^3$$

$$V_{\text{Gesamtkörper}} = \pi r^3$$

$$O_{\text{Halbkugel}} = 2\pi r^2 \quad ; \quad O_{\text{Kegelmantel}} = \pi r s \quad \text{mit } s = r\sqrt{2} \\ = \pi\sqrt{2}r^2$$

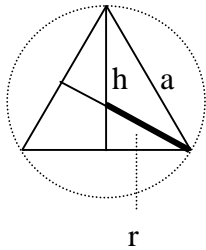
$$O_{\text{Gesamtkörper}} = \pi r^2 (2 + \sqrt{2})$$

$$O_{\text{getrennt}} = \pi r^2 (2 + \sqrt{2}) + 2\pi r^2 = \pi r^2 (4 + \sqrt{2})$$

Die Oberfläche der getrennten Körper ist 58,6% größer.

$$\frac{\pi r^2 (4 + \sqrt{2}) - \pi r^2 (2 + \sqrt{2})}{\pi r^2 (2 + \sqrt{2})} = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2} = 0,586$$

Aufgabe 2



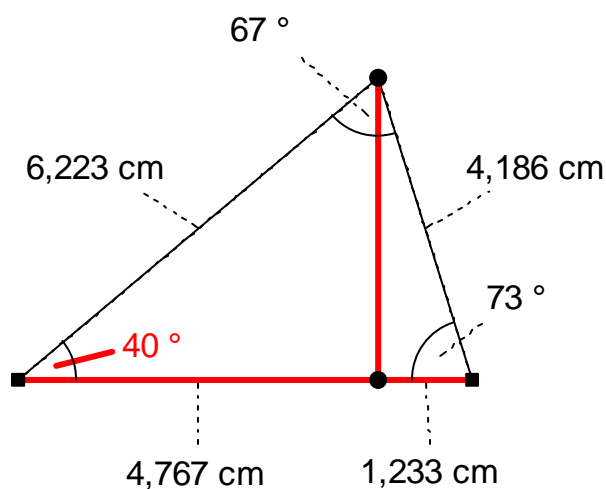
Die Seitenhalbierenden schneiden sich im Verhältnis 2 : 1.

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3} \quad ; \quad r = \frac{a}{3}\sqrt{3} \quad ; \quad a = \frac{3r}{\sqrt{3}} = r\sqrt{3}$$

$$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = \frac{3}{4}r^2\sqrt{3}$$

10. Trigonometrie

Aufgabe 1



Ansätze

$$1. \quad \tan 40^\circ = \frac{h_c}{c_1} \quad ; \quad c_1 = 4,767 \text{ cm}$$

$$c_2 = c - c_1 \quad ; \quad c_2 = 1,233 \text{ cm}$$

$$2. \quad \sin 40^\circ = \frac{h_c}{b} \quad ; \quad b = 6,223 \text{ cm}$$

$$3. \quad \tan \beta = \frac{h_c}{c_2} \quad ; \quad \beta = 72,87^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \beta - \alpha = 67,13^\circ$$

$$4. \quad a^2 = c_2^2 + h_c^2 \quad ; \quad a = 4,186 \text{ cm}$$

Aufgabe 2

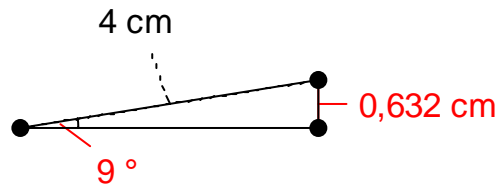
a. Steigung: $\tan \alpha = \frac{4 \text{ m}}{94,36 \text{ m}} = 0,042 \quad ; \quad \text{Steigungswinkel } \alpha = 2,43^\circ$

Die Steigung beträgt 4,2%.

Länge des Straßenstücks z.B. mit Pythagoras: $l = 94,44 \text{ m}$

b. $\tan \alpha = 0,16$; $\alpha = 9,09^\circ$
 $\sin \alpha = \frac{h}{40\text{m}}$; $h = 6,320\text{m}$

Friedhofstraße – Richtung Auf der Ebene

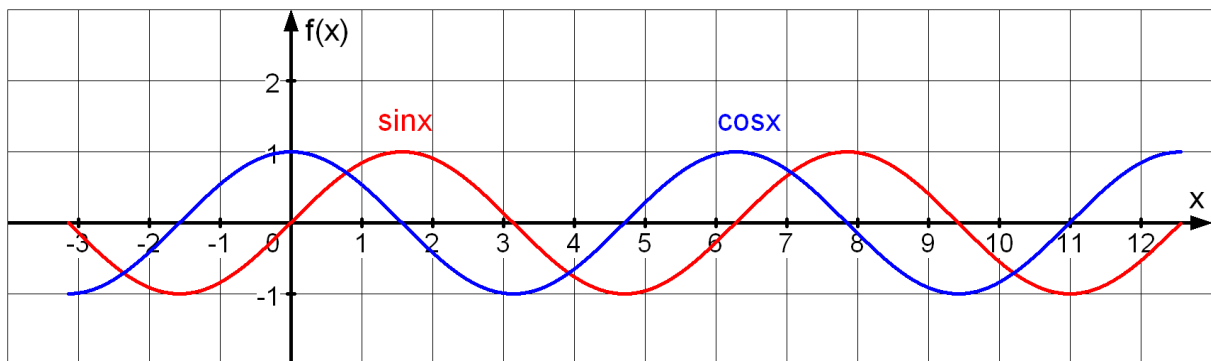


Maßstab 1 : 1000

Aufgabe 3

Einheitskreis und Aufgabe a.: siehe Lehrbücher / Formelsammlungen

b. Schaubilder



Schnittpunkte der Sinuskurve mit der x-Achse: $N_1(-\pi|0)$, $N_2(0|0)$, $N_3(\pi|0)$, $N_4(2\pi|0)$,
 $N_5(3\pi|0)$, $N_6(4\pi|0)$

Hoch- und Tiefpunkte der Sinuskurve: $T_1(-\frac{\pi}{2}|-1)$, $H_1(\frac{\pi}{2}|1)$, $T_2(\frac{3\pi}{2}|-1)$, $H_2(\frac{5\pi}{2}|1)$,
 $T_3(\frac{7\pi}{2}|-1)$

Schnittpunkte der Kosinuskurve mit der x-Achse: $N_1(-\frac{\pi}{2}|0)$, $N_2(\frac{\pi}{2}|0)$, $N_3(\frac{3\pi}{2}|0)$,
 $N_4(\frac{5\pi}{2}|0)$, $N_5(\frac{7\pi}{2}|0)$

Hoch- und Tiefpunkte der Kosinuskurve: $T_1(-\pi|-1)$, $H_1(0|0)$, $T_2(\pi|-1)$, $H_2(2\pi|1)$,
 $T_3(3\pi|-1)$, $H_3(4\pi|1)$

c.

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \sin \alpha$$

d. 1. $\tan\alpha = \sin\alpha$; $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sin\alpha$; $\cos\alpha = 1$; $\alpha = 0^\circ$

(weitere Lösungen nicht verlangt)

2. Mein Lösungsvorschlag (vielleicht geht es auch schneller):

$$\tan\alpha = \cos\alpha ; \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \cos\alpha ; \sin\alpha = \cos^2\alpha ; \sin\alpha + \sin^2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha ;$$

$$\sin\alpha + \sin^2\alpha = 1 ; \sin\alpha + \sin^2\alpha - 1 = 0$$

Substitution: $\sin\alpha = x$; $x^2 + x - 1 = 0$; $x_1 = 0,618\dots$; $\sin\alpha = 0,618\dots$
 $\alpha = 38,17^\circ$

(weitere Lösungen nicht verlangt)