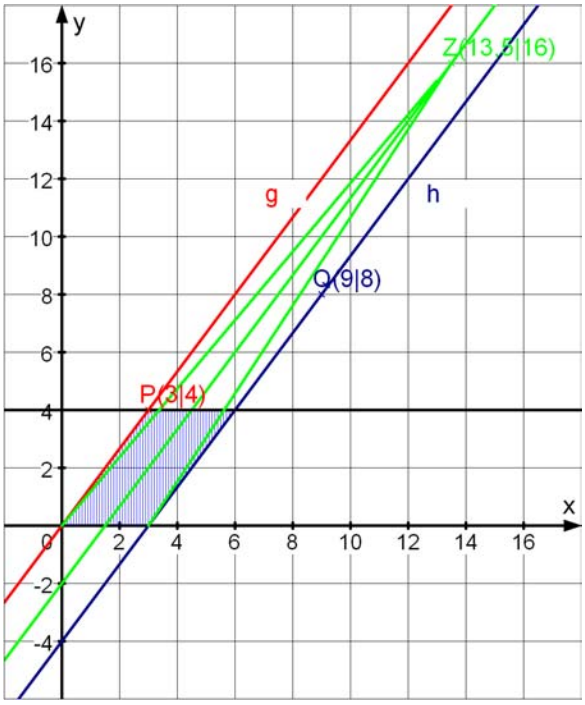
Lösungen zu den Übungsaufgaben Übergang 10/11 – 2008/2009 **0hne Gewähr !**

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

Aufgabe 1



a. g : $y = \frac{4}{3}x$

h : $y = \frac{4}{3}x - 4$

b. $A = 3 \cdot 4 = 12$FE

$U = 2 \cdot (3 + \sqrt{9+16}) = 16$LE

c. Bestimmung von Z(13,5|16)

Mittelparallele m : $y = \frac{4}{3}x - 2$

Ansatz für die Höhe h des Dreiecks
(y-Wert des Punktes Z)

$24 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot h$; $h = 16$

x-Wert des Punktes Z

$16 = \frac{4}{3}x - 2$; $x = 13{,}5$

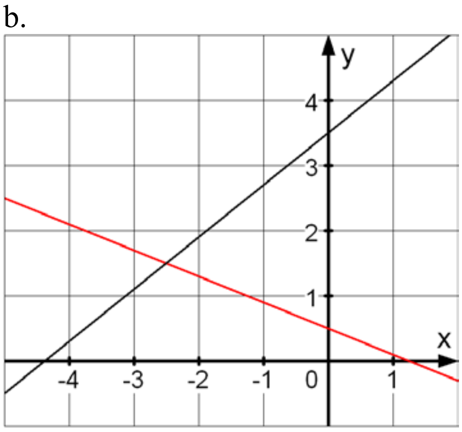
Auch andere Ansätze möglich.

Aufgabe 2

Bluse b	I	$b = 2h + 10{,}50$	Lösung:	$h = 49{,}95$€
Hose h	II	$b + h = 160{,}35$		$b = 110{,}40$€

2. Systeme linearer Gleichungen

b.



Aufgabe 1

a. $x = -2{,}5$; $y = 1{,}5$

b. I) $y = -0{,}4x + 0{,}5$

II) $y = 0{,}8x + 3{,}5$

c. $x = 0{,}5$; $y = -0{,}5$

d. $x = -\frac{1}{5}$; $y = -\frac{3}{k}$; $k \neq 0$

Aufgabe 2

a. Wasser x, Bier y, Wein z

Ansatz : I) $x + y + z = 178$ mit $y = 2x$ ergibt sich $x + 2x + z = 178$

$3x + z = 178$

II) $2{,}20 \cdot x + 2x \cdot 1{,}40 + z \cdot 10{,}10 = 456{,}90$

$5x + 10{,}10z = 456{,}90$

Wasser $x = 53$; Bier $y = 106$; Wein $z = 19$

b. zwei Achsen: x, vier Achsen: y

Ansatz : I) $2x + 4y = 58$

II) $x + y = 21$ $x = 13$; $y = 8$

3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. Berechne möglichst einfach. Schreibe alle Umformungen auf.

1. $\sqrt{0{,}5} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{16} = 4$ 2. $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{0{,}5}} = \sqrt{64} = 8$ 3. $\sqrt{\dfrac{125}{x^2}} : \sqrt{\dfrac{64y^2}{5}} = \dfrac{25}{8|xy|}$

b. Ziehe teilweise die Wurzel. Schreibe alle Umformungen auf.

1. $\sqrt{1331} = 11\sqrt{11}$ 2. $\sqrt{1{,}69x^3y} = 1{,}3x\sqrt{xy}$

c. Mache den Nenner rational. Schreibe alle Umformungen auf.

1. $\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{60}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2}$ 2. $\dfrac{5a\sqrt{a}}{\sqrt{25a}} = a$

Aufgabe 2

a. $\sqrt{x + 3} = 9 - x$; $x = 6$

b. $3 \cdot (x - 2) = x + 1 + \sqrt{x+4}$; $x = 5$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

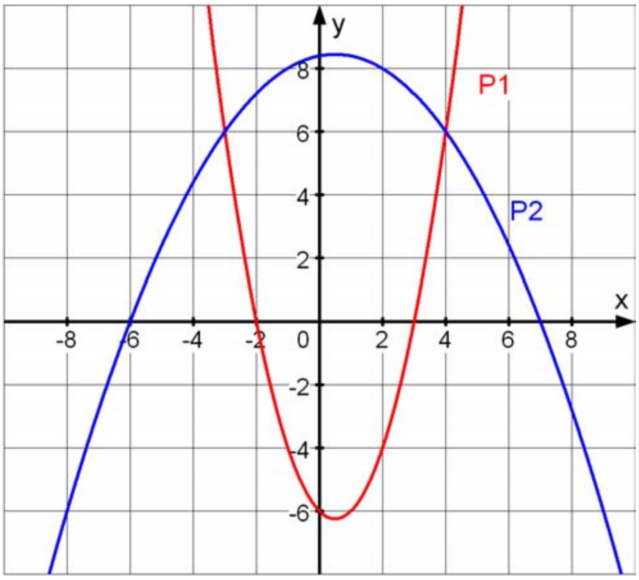
Aufgabe 1

a. Parabel 1: $N_1(-2|0)$, $N_2(3|0)$ Parabel 2: $N_3(-6|0)$, $N_4(7|0)$

b. Scheitelpunkt $E_1(0{,}5|-6{,}25)$ $E_2(0{,}5|8{,}45)$

c. nächste Seite

d. $S_1(-3|6)$, $S_2(4|6)$



Aufgabe 2

Quadratische Gleichungen können wir mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, mit der pq-Formel oder mit der abc-Formel lösen.

abc-Formel

$$a x^2 + b x + c = 0$$

$$\boxed{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

pq-Formel

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\boxed{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

Gegeben ist nun die quadratische Gleichung $2x^2 + 28x + 90 = 0$.

a. Löse die Gleichung mit der abc-Formel. $\boxed{a = 2}$ $\boxed{b = 28}$ $\boxed{c = 90}$

b. Löse die Gleichung mit der pq-Formel. Bringe die Gleichung zuerst auf die Normalform.

Normalform : $x^2 + 14x + 45 = 0$ $\boxed{p = 14}$ $\boxed{q = 45}$

Lösung: $x_1 = -5$; $x_2 = -9$

Aufgabe 3

a. $x_1 = -14$; $x_2 = -5$

b. $y_1 = -31$; $y_2 = 6$

Aufgabe 4

Ansatz: $(a+1)^3 = a^3 + 217$, Lösung: $a_1 = 8$ [$a_2 = -9$ hat keine praktische Bedeutung]

5. Potenzen

Aufgabe 1

a. $6{,}6 \cdot 3^{11}$ b. $3{,}4^7$ c. 2^{-21} d. $m^{22{,}5a^2b^2}$ e. 10^{abc}

f. $\cdots = \dfrac{6^{4k}}{125^{4k}} : \dfrac{12^{4k}}{5^{4k}} = \left(\dfrac{1}{50}\right)^{4k} = 50^{-4k}$

g. $\cdots = (u+v)\sqrt[3]{(u+v)} + \sqrt[3]{(u-v)^2\ (u+v)(u-v)} = (u+v)\sqrt[3]{(u+v)} + (u-v)\sqrt[3]{(u+v)}$
$= (u+v+u-v)\sqrt[3]{(u+v)} = 2u\sqrt[3]{(u+v)}$

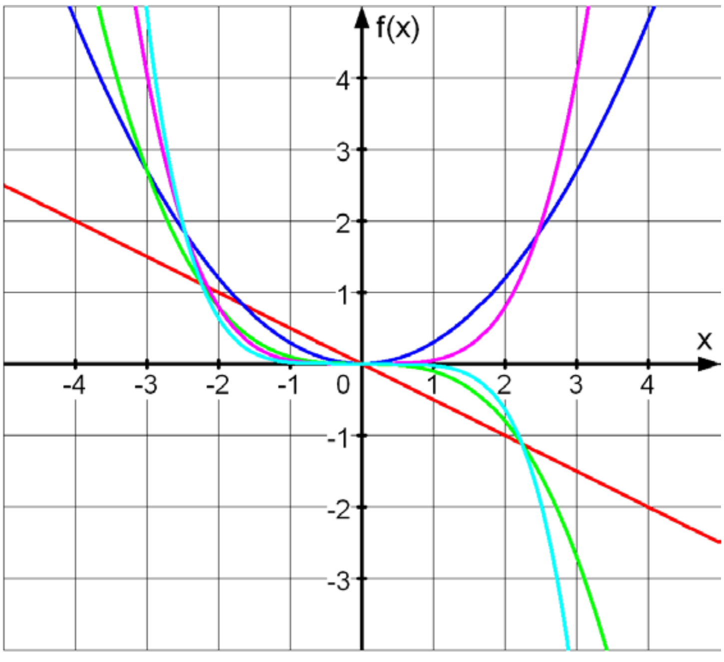
Aufgabe 2 : a. b^{8-y} b. $\dfrac{(3x^2-12)^3}{27(x-2)^3} = \dfrac{3^3(x^2-4)^3}{3^3(x-2)^3} = (x+2)^3$

Text zu a: Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.

Aufgabe 3 : $\dfrac{1{,}83 \cdot \sqrt[3]{17{,}1} - 2{,}8^{0{,}2}}{(\sqrt[4]{10{,}5}-3)^2 + 0{,}72} = 1{,}614(070578)$

6. Potenzfunktionen / Exponentialfunktionen

Aufgabe 1

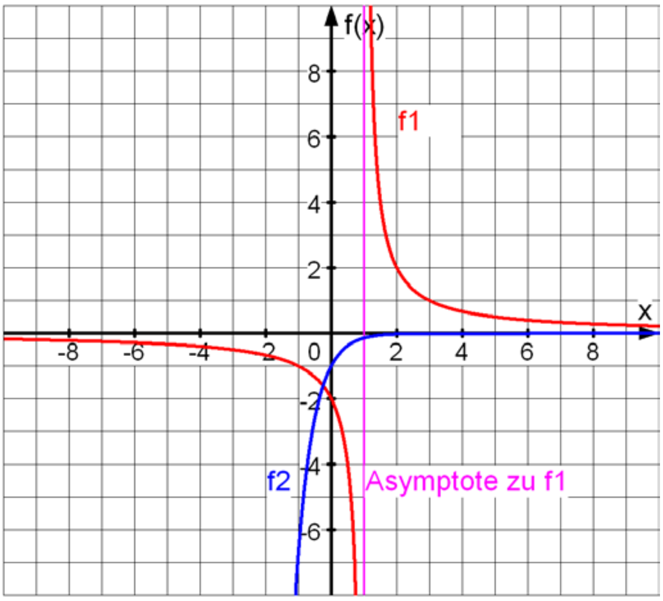


b. Eigenschaften der Funktionen nach Lehrbuch.

Aufgabe 2

Gegeben sind die Funktionen f_1 mit $f_1(x) = \frac{2}{x-1}$ und f_2 mit $f_2(x) = -0{,}15^x$.

a. Definitionsmengen f_1: $D_1 = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ f_2: $D_2 = \mathbb{R}$



c. Verhalten von f_1

$f_1(x) \to 0$ für $x \to \pm\infty$

$f_1(x) \to -\infty$ für $x \to 1$ und $x < 1$
$f_1(x) \to +\infty$ für $x \to 1$ und $x > 1$

Verhalten von f_2
$f_2(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$
$f_2(x) \to 0$ für $x \to +\infty$

f_1: Vertikale Asymptote bei $x = 1$

f_1 und f_2: Die x-Achse ist horizontale Asymptote für beide Schaubilder.

7. Wachstumsprozesse

Aufgabe 1

a. 215 % $q = 3{,}15$

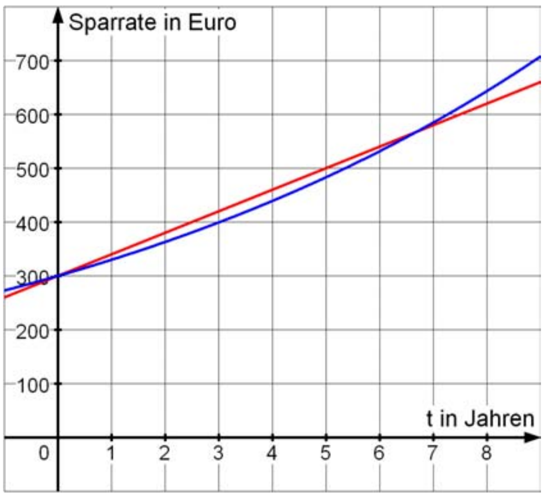
b. 0,2 % $q = 1{,}002$

c. eine Zunahme um drei Fünftel $q = 1{,}6$

d. eine Abnahme um zwei Drittel $q = \frac{1}{3}$

Aufgabe 2

a. Annika: $A(t) = 300 + 40t$; Lisa: $L(t) = 300 \cdot 1{,}1^t$ t in Jahren
(lineares Wachstum) (exponentielles Wachstum)



b. Gleiche Sparrate : In der 12. Klasse

$t \approx 6{,}69$

c. Klasse 10:
Annika: 2400€ ; Lisa: 2314,68€
Abitur:
Annika: 4140€ ; Lisa: 4073,84€

d. Annika: $300 + 40t = 3000$; $t = 67{,}5$
Lisa: $300 \cdot 1{,}1^t = 3000$; $t = 24{,}16$

8. Exponential- und Logarithmengleichungen

Aufgabe 1

a. $x = 2,8099$ b. $x = -3,1215$ c. $x = 2,5357$ d. $x = 1,2680$

e. $\lg(2 + 1,8x) = 1,7$; $2 + 1,8x = 10^{1,7}$; …. $x = 26,7326$

f. $\lg(x^2 - x) - \lg(x - 1) = 2$; $\lg \frac{x(x-1)}{x-1} = 2$; $\lg x = 2$; $x = 100$

Aufgabe 2

a. Halbwertszeit : Zeit, in der die Hälfte eines radioaktiven Stoffes zerfallen ist.

b. Ansatz : $\frac{1}{2} m_o = m_o \cdot q^{1600}$; $q = \sqrt[1600]{\frac{1}{2}} = 0,999567$

c. $m(2008) = 41,90g$; $m(-10000) = 7610,9g$

c. Ansatz : $2^{-\frac{t}{1600}} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1600}}\right)^t$

$= \left(\left(2^{-1}\right)^{\frac{1}{1600}}\right)^t$ Multiplizieren der Exponenten

$= 2^{-\frac{t}{1600}}$

9. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

Radius r des Kegels: $r = 2,52cm$

Grundseitenlänge a der Pyramide: $2a^2 = (2r)^2$; $a = 3,57cm$

Seitenkante s_{Pyr} der Pyramide: $s_{Pyr}^2 = h_{Pyr}^2 + r^2$; $s_{Pyr} = 4,73cm$

Höhe eines Seitendreiecks h_1: $h_1 = 4,38cm$

Höhe des Kegels h_{Kegel}: $h_{Kegel} = 8cm$

Volumen der Pyramide V_{Pyr}: $V_{Pyr} = 16,99cm^3$

Volumen des Kegels V_{Kegel}: $V_{Kegel} = 53,33cm^3$; Volumen V des Körpers: $V = 70,23cm^3$

Mantel der Pyramide M_{Pyr}: $M_{Pyr} = 4 \cdot A_{Seitendreieck}$; $M_{Pyr} = 31,27cm^2$

Kegelmantel M_{Kegel}: $M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s_{Kegel}$ mit $s_{Kegel}^2 = h_{Kegel}^2 + r^2$; $M_{Kegel} = 66,40cm^2$

Oberfläche O: $O = M_{Pyr} + M_{Kegel} + A_{rest}$; $A_{rest} = 7,26cm^2$; $O = 104,93cm^2$

Aufgabe 2

a. Volumen V: V = 827,024 Liter

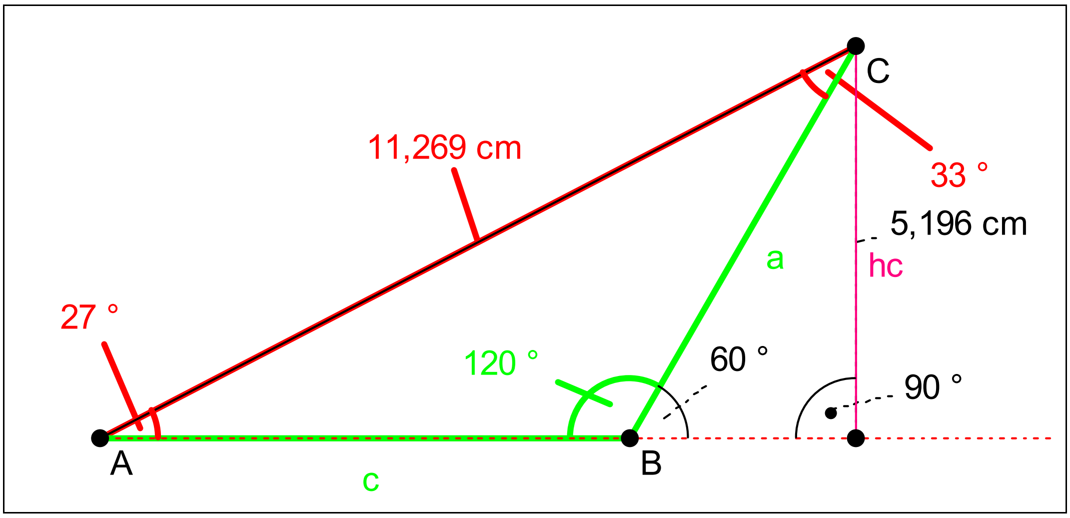
b. Gesamtmasse M: M = 595,46kg + 10kg = 605,46kg

c. Verkleinertes Volumen V_{klein}: $V_{klein} = \pi \cdot (\frac{1}{2} r)^2 \cdot \frac{1}{2} h = \frac{1}{8} \pi r h$

Abnahme um 87,5%

10. Trigonometrie

Aufgabe 1



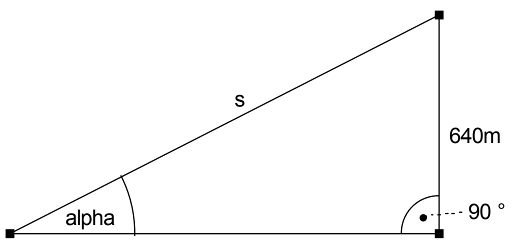
Seite b mit Kosinussatz: $b = 11{,}269cm$

Winkel α mit Sinussatz: $\alpha = 27{,}46°$; $\gamma = 32{,}54°$

Höhe h_c: $h_c = a \cdot \sin 60°$; $h_c = 3 \cdot \sqrt{3} \approx 5{,}20cm$

Flächeninhalt $A_{Dreieck}$: $A_{Dreieck} = 18{,}19cm^2$

Aufgabe2



a. $\tan\alpha = 0{,}167$; $\alpha = 9{,}48°$
   Streckenlänge s: $s = 3885{,}41m$

b. $\tan\alpha = 0{,}30$; $\alpha = 16{,}70°$
   Höhendifferenz h: $h = 287{,}35m$

Aufgabe 3

a. Siehe Lehrbuch !!!

b. $\cos\alpha = -\cos(180° - \alpha)$
   Geeignete Skizze mit Einheitskreis anfertigen, z.B. mit $\alpha = 60°$.

c. Siehe Lehrbuch !!!

d. $\sqrt{1 - \sin^2\alpha} \cdot \cos\alpha + \sin^2\alpha$; mit $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ergibt sich

   $\cos\alpha \cdot \cos\alpha + \sin^2\alpha = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

e. Siehe Lehrbuch !!!

f. $\cos(90^\circ - \alpha) \cdot \sin\alpha + \dfrac{\sin^2\alpha}{\tan^2\alpha} = 2\cos\alpha$

$$\sin\alpha \cdot \sin\alpha + \frac{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = 2\cos\alpha$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 2\cos\alpha$$

$$1 = 2\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$